

**Муниципальное автономное образовательное учреждение
«Светлинская средняя общеобразовательная школа №2»**

«Согласовано»

Заместитель директора по ВР

_____ Б.А. Бекенова

«__» _____ 2024 год

«Утверждаю»

Директор школы:

_____ У.К. Кугаева

«__» _____ 2024 год

**Дополнительная общеобразовательная
общеразвивающая программа**

**«Подготовка школьников к участию в
олимпиадах по математике»**

для 9-11 классов.

Разработчик программы:

Королева Е.И.

учитель высшей квалификационной категории

Пояснительная записка

Индивидуальная внеурочная работа « Подготовка школьников к участию в предметных олимпиадах, марафонах, конкурсах» предназначена для учащихся 11 класса, имеющих склонности к предмету и желающих не только пополнить базовые знания по математике, но и изучать предмет углубленно с целью успешного применения полученных знаний на математических олимпиадах разного уровня, интеллектуальных марафонах и при поступлении в высшие учебные заведения в дальнейшем.

Основная задача обучения математике в школе – обеспечить прочное и сознательное овладение учащимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности каждому члену общества, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования. Необходимо научить учащихся свободно владеть всем теоретическим материалом и приобрести устойчивые навыки в решении достаточного количества заданий, начиная с простых и переходя к более сложным.

Проведение различных математических соревнований и интеллектуальных марафонов играют важную роль в системной работе с одаренными и мотивированными в области математики детьми. Важно отметить и возрастающую роль олимпиад как эффективной формы поиска и отбора талантливых учащихся для продолжения образования в высших учебных заведениях.

Олимпиадные задачи нестандартны по формулировкам, и для решения многих из них требуются яркие и оригинальные математической идеи. На занятиях разбираются наиболее общие методы решения олимпиадных задач, выделяются наиболее важные идеи, которые применяются во многих ситуациях. При решении трудных многоходовых задач эти идеи могут служить средством для доказательства вспомогательных утверждений. На занятиях так же углублённо изучаются вопросы, предусмотренные программой основного курса. Углубление реализуется на базе обучения методам и приемам решения математических задач, требующих применения высокой логической и операционной культуры, развивающих научно-теоретическое и алгоритмическое мышление учащихся. Тематика задач не выходит за рамки основного курса, но уровень их трудности – повышенный, существенно превышающий обязательный. Особое место занимают задачи, требующие применения учащимися знаний в незнакомой (нестандартной) ситуации.

Основная цель программы

1. Овладение математическими знаниями, владение научной терминологией, эффективное её использование; применение знаний в нестандартных и

проблемных ситуациях.

2. Интеллектуальное развитие учащихся, формирование логических навыков выделения главного, сравнения, анализа, синтеза, обобщения, систематизации, абстрагирования. Владение рациональными приёмами работы и навыками самоконтроля.

3. Расширение представлений учащихся о методах и приемах решения нестандартных задач.

4. Способствование развитию учебной мотивации.

5. Овладение рациональными приемами работы.

Основными педагогическими принципами, обеспечивающими реализацию программы, являются:

- учёт возрастных и индивидуальных особенностей каждого ребёнка;
- доброжелательный психологический климат на занятиях;
- личностно-деятельный подход к организации учебно-воспитательного процесса;
- подбор методов занятий соответственно целям и содержанию занятий и эффективности их применения;
- оптимальное сочетание форм деятельности;
- доступность.

Программа может содержать разные уровни сложности изучаемого материала, что позволяет найти оптимальный вариант работы с учащимися разного уровня подготовки, объединенных желанием успешного участия в олимпиадах, марафонах, конкурсах.

Ожидаемые результаты

По окончании обучения учащиеся должны знать:

- методы решения уравнений;
- основные теоремы и формулы планиметрии и стереометрии;
- основные формулы тригонометрии и простейшие тригонометрические уравнения;
- свойства логарифмов и свойства показательной функции;
- некоторые общие методы решения олимпиадных задач;
- нестандартные методы решения различных математических задач;
- логические приёмы, применяемые при решении задач;

По окончании обучения учащиеся должны уметь:

- проводить тождественные преобразования иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических выражений высокого уровня сложности;
- решать иррациональные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства высокого уровня сложности;

- применять основные методы геометрии (проектирования, преобразований, векторный, координатный) к решению геометрических задач;
- решать задачи олимпиадного уровня сложности по алгебре и началам анализа, геометрии и стереометрии;
- применять набор приемов и методов решения нестандартных задач.

Задачи обучения

1. Овладение математическими знаниями.

Усвоение общих методов решения олимпиадных задач.

Изучение нестандартных методов решения планиметрических задач.

Систематизация по методам решений всех типов задач по тригонометрии.

Изучение свойств геометрических тел в пространстве, развитие пространственных представлений учащихся, развитие логического мышления учащихся.

Изучение функций как важнейшего математического объекта средствами алгебры и математического анализа, раскрытие политехнического и прикладного значения общих методов математики, связанных с исследованием функций.

2. Интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности. Формирование представлений о методах математики.

3. Развитие потенциальных творческих способностей обучающихся, не ограничивая заранее сверху уровень сложности используемого задачного материала, подготовка к участию в олимпиадах, марафонах, конкурсах, к решению задач уровня С ЕГЭ и к дальнейшему обучению в других учебных заведениях.

Учебно-тематический план (2 часа в неделю, всего 68 часа)

| № | Тема занятия | Общее кол-во часов |
|----|-------------------------------|--------------------|
| 1. | Метод математической индукции | 4 |
| 2. | Принцип Дирихле | 4 |
| 3. | Принцип крайнего | 4 |
| 4. | Инварианты | 4 |

| <i>Алгебра (16 часов)</i> | | |
|--------------------------------|---|---|
| 5. | Алгебраические преобразования | 4 |
| 6. | Неравенства | 4 |
| 7. | Многочлены | 4 |
| 8. | Функции и их свойства | 4 |
| <i>Теория чисел (16 часов)</i> | | |
| 9. | Остатки | 4 |
| 10. | Делимость, простые числа, разложение на простые множители | 4 |
| 11. | Цифры и десятичная запись | 4 |
| 12. | Оценочные задачи в теории чисел | 4 |
| <i>Геометрия (20 часов)</i> | | |
| 13. | Основные факты. Признаки равенства треугольников | 2 |
| 14. | Подобие | 2 |
| 15. | Площади | 2 |
| 16. | Вписанный угол | 2 |
| 17. | Секущие и касательные к окружности | 2 |
| 18. | Геометрические преобразования | 2 |
| 19. | Стереометрия | 2 |
| 20. | Геометрические неравенства | 2 |
| 21. | Комбинаторная геометрия | 2 |
| 22. | Конструктивы | 2 |

Содержание программы

Программа индивидуальной внеурочной работы рассчитана на один год обучения и содержит следующие темы:

«Метод математической индукции» (4 часа):

- Принцип математической индукции.
- Решение задач с использованием метода математической индукции.
- Применение индукции в форме «спуска» — сведения доказательства утверждения T_n к доказательству утверждений T_k для некоторых $k < n$.

«Принцип Дирихле» (4 часа):

- Классическая формулировка этого принципа заключается в следующем: если в n клетках сидит $n+1$ кроликов, то найдется клетка, в которой сидит не менее двух кроликов.
- Более общая форма: если в nk клетках сидит не менее $nk + 1$ кроликов, то найдется клетка, в которой сидит не менее $k + 1$ кроликов.
- Вариацией принципа Дирихле является *метод усреднения*, состоящий в следующем. Пусть для каждому из n вариантов сопоставлено некое число. Тогда

если сумма всех n чисел равна S , то одному из вариантов сопоставлено число, не меньшее S/n .

«Принцип крайнего» (4 часа):

- При решении задач полезно рассматривать объекты и случаи, являющиеся в некотором смысле «крайними».
- Примеры начала рассуждений по принципу крайнего: «среди данных n точек выберем пару наиболее удаленных», «предположим, что условие неверно, и рассмотрим многочлен минимальной степени, не удовлетворяющий условию», «среди всех подмножеств данного конечного множества чисел выберем подмножество с наибольшей суммой» и т. д.

«Инварианты» (4 часа):

- Понятие инварианта и полуинварианта. Если в задаче речь идет о последовательном выполнении некоторых операций, то ключевым шагом к решению может оказаться нахождение величины или характеристики, которая сохраняется при выполнении операций (такая величина называется *инвариантом*), либо нахождение величины, которая изменяется монотонно (например, не увеличивается) при выполнении операций (такая величина называется *полуинвариантом*).

Алгебра

«Алгебраические преобразования» (4 часа):

- При решении уравнений, систем и некоторых других задач, по формулировке близких к «школьным», основным моментом в решении является выполнение некоторой выкладки, тождественного преобразования (например, группировки слагаемых или сомножителей), использование основных алгебраических формул.
- Задачи об арифметических, геометрических прогрессиях и других числовых последовательностях.
- Текстовые задачи на составление уравнений, неравенств.
- Задачи, использующие тригонометрические функции и преобразования.
- Задачи о рациональных и иррациональных числах.

«Неравенства» (4 часа):

- Доказательство неравенств.
- Метод интервалов; показательные и иррациональные неравенства; неравенства, содержащие модуль, неравенства с параметром.

«Многочлены» (4 часа):

- Задачи о свойствах квадратного трехчлена.

- Задачи о корнях многочленов.
- Разные задачи о многочленах.

«Функции и их свойства» (4 часа):

- Функциональные уравнения, неравенства.
- Использование графиков функций.
- Использование различных свойств функций: четность и нечетность, монотонность, непрерывность, дифференцируемость, выпуклость, периодичность и т. д.

Теория чисел (4 часа)

- Остатки.
- Делимость, простые числа, разложение на простые множители.
- Цифры и десятичная запись.
- Оценочные задачи в теории чисел.

Геометрия

«Основные факты. Признаки равенства треугольников» (2 часа):

- свойства средней линии, свойства равнобедренных треугольников;
- признаки равенства треугольников;
- свойства и признаки параллелограмма;
- теоремы Пифагора, синусов, косинусов.

«Подобие» (2 часа):

- Признаки подобия треугольников,
- Отношение линейных элементов в подобных фигурах

«Площади» (2 часа)

«Вписанный угол» (2 часа)

«Секущие и касательные к окружности» (2 часа)

«Геометрические преобразования» (2 часа)

«Стереометрия» (2 часа):

- Задачи на комбинацию многогранников.
- Основные свойства, связанные со сферой — равенство отрезков касательных, проведенных из одной точки, и теорема о произведении отрезков секущих.

«Геометрические неравенства»(2 часа):

- Неравенство треугольника.
- Свойство плоских углов трёхгранного угла.

«Комбинаторная геометрия» (2 часа)

«Конструктивы» (2 часа)

Знания и умения

Для изучения курса учащиеся должны иметь базовые знания и умения в соответствии с «Программой для общеобразовательных школ» (составитель Г.М. Кузнецова, Н.Г. Миндюк. Издательство «Дрофа», 2000 год), рекомендованной Департаментом образовательных программ и стандартов общего образования Министерства образования Р.Ф.

Для реализации программы индивидуальной внеурочной работы используются семинары и практикумы по решению задач.

Тематическое планирование.

Метод математической индукции (4 часа):

- Принцип математической индукции(2часа)
- Решение задач с использованием метода математической индукции(2часа)

Принцип Дирихле (4 часа):

- Принцип Дирихле (2 часа)
- Решение задач с использованием принципа Дирихле (2 часа)

Принцип крайнего (4 часа):

- Принцип крайнего (2 часа)
- Решение задач с использованием принципа крайнего (2часа)

Инварианты (4 часа):

- Понятие инварианта и полуинварианта. (2 часа)
- Решение задач (2часа)

Алгебра

Алгебраические преобразования (4 часа):

- Преобразования числовых и алгебраических выражений, степень с действительным показателем; преобразования рациональных выражений; освобождение от иррациональности в знаменателе; логарифм и его свойства. Задачи об арифметических, геометрических прогрессиях и других числовых последовательностях.(2 часа)
- Текстовые задачи на составление уравнений, неравенств. Задачи, использующие тригонометрические функции и преобразования. Задачи о рациональных и иррациональных числах.(2 часа)

Неравенства (4 часа):

- Доказательство неравенств.(2 часа)

- Метод интервалов; показательные и иррациональные неравенства; неравенства, содержащие модуль, неравенства с параметром. (2 часа)

Многочлены (4 часа):

- Задачи о свойствах квадратного трехчлена. Задачи о корнях многочленов.(2 часа)
- Разные задачи о многочленах.(2 часа)

Функции и их свойства (4 часа):

- Функциональные уравнения, неравенства. Использование графиков функций. (2 часа)
- Использование различных свойств функций: четность и нечетность, монотонность, непрерывность, дифференцируемость, выпуклость, периодичность и т. д. (2 часа)

Теория чисел (4 часа)

- Остатки. (1 час)
- Делимость, простые числа, разложение на простые множители. (1 час)
- Цифры и десятичная запись. Задачи о десятичной записи натуральных чисел и бесконечных десятичных дробях. (1 час)
- Оценочные задачи в теории чисел. (1 час)

Геометрия

Основные факты. Признаки равенства треугольников(2 часа):

- свойства средней линии, свойства равнобедренных треугольников; признаки равенства треугольников.(1 час)
- свойства и признаки параллелограмма; теоремы Пифагора, синусов, косинусов. (1 час)

Подобие (2 часа):

- Признаки подобия треугольников(1 час).
- Отношение линейных элементов в подобных фигурах(1 час)

Площади.

Решение задач на вычисление площадей различных фигур (2 часа)

Вписанный угол.

Решение задач (2 часа)

Секущие и касательные к окружности

Решение задач (2 часа)

Геометрические преобразования

Задачи с использованием движений: осевой симметрии, поворота, параллельного переноса. Гомотетия.(2 часа)

Стереометрия (2 часа):

- Задачи на комбинацию многогранников.(1 час)
- Основные свойства, связанные со сферой — равенство отрезков касательных, проведенных из одной точки, и теорема о произведении отрезков секущих.(1 час)

Геометрические неравенства(2 часа):

- Неравенство треугольника.(1 час)
- Свойство плоских углов трёхгранного угла.(1 час)

Комбинаторная геометрия(2 часа)

Задачи о множествах точек, отрезков, произвольных многоугольниках, многогранниках, задачи о размещении фигур внутри других фигур, покрытии фигур другими фигурами.

Конструктивы(2 часа)

Разрезания, придумывание интересных геометрических конструкций

Литература

1. Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993 – 2006: Окружной и финальный этапы/Н.Х. Агаханов и др. Под ред. Н.Х.Агаханова. – М.:МЦНМО, 2007 год.
2. Шарыгин И.Ф. «Факультативный курс по математике. Решение задач. 10 кл.». Москва. «Просвещение» 1990 год.
3. Шарыгин И.Ф. «Факультативный курс по математике. Решение задач. 11 кл» Москва. «Просвещение». 1991 год.
4. Сканава М.И. «Полный сборник решений задач для поступающих в ВУЗы». Москва. «Альянс – В». 1999 год.
5. «Единый государственный экзамен». КИМы 2002 – 2007 годы.
6. Колесникова С.И. «Математика. Интенсивный курс подготовки к ЕГЭ», Айрис Пресс. 2004 год.
7. Колесникова С.И. «Математика. Решение сложных задач ЕГЭ», Айрис Пресс. 2007.
8. Клеймёнов В.А. «Математика. Решение задач повышенной сложности. – М.: Интеллект-Центр, 2004.